

2. Mechanische Wellen

10/2005-koh

- Man gebe die spezielle Form der Wellenfunktion $y(t,x)$ für eine in x -Richtung fortschreitende, ebene harmonische Welle der Amplitude y_0 an, wenn alternativ
 - die Schwingungsdauer T und die Wellenlänge λ
 - die Frequenz f bzw. Kreisfrequenz ω und die Phasengeschwindigkeit c
 - die Kreisfrequenz ω und die Wellenzahl k der Welle gegeben sind.
 - Wie lautet die Wellenfunktion in der Darstellung mittels komplexer Zahlen?
- Eine ebene Schallwelle wird durch die Gleichung $y = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \sin(1980 \text{ /s} \cdot t - 6 \text{ m}^{-1} \cdot x)$ beschrieben. Berechnen Sie
 - die Frequenz f (315 Hz)
 - die Wellenlänge λ (1,05 m)
 - die Phasengeschwindigkeit c (330 m/s)
 - die Geschwindigkeitsamplitude v_0 eines Teilchens. (0,99 m/s)
- Auf einem Seil breitet sich eine Welle mit der Amplitude $y_0 = 5,0 \text{ cm}$ und der Frequenz $f = 4,0 \text{ Hz}$ in positiver x -Richtung aus. In der Entfernung $x = \lambda/2$ vom Ort der Erregung der Welle befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ gerade ein Wellental.
 - Wie lautet die Wellenfunktion $y(t,x)$?
 - Wie groß sind zum Zeitpunkt $t = 0$ bzw. $t = T/4$ die Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung der erregenden Schwingung?
Skizziere den Verlauf von $y(t,x)$ für diese beiden Zeitpunkte.
(5,0 cm; 0 m/s; -31,6 m/s²; 0 cm; -1,26 m/s; 0 m/s²)
 - Zum Zeitpunkt $t = T/4$ sei am Ort $x = 40 \text{ cm}$ ein Wellenbauch. Wie groß ist die Wellenlänge λ auf dem Seil? (40 cm)
- Eine ebene Welle werde durch die Wellenfunktion $y(t, x) = y_m \sin(\omega t - kx)$ mit $\omega = 20,5 \text{ /s}$ und $k = 2,5 \text{ /m}$ beschrieben.
 - Wie lautet die Ort-Zeit-Funktion $x = x(t)$, nach welchem sich die Phase, die dem Teilchen der Welle am Ort $x_1 = 0,40 \text{ m}$ zum Zeitpunkt $t_1 = 0,1 \text{ s}$ zukommt, ausbreitet? $(x(t) = (8,2 \text{ m/s}) \cdot t - 0,42 \text{ m})$
 - Wie groß ist die Phasengeschwindigkeit c ? (8,2 m/s)
 - In welchem nächsten Abstand x befinden sich Teilchen mit gleicher Elongation $y(t_1, x_1)$? (2,51 m)
- Eine Saite der Länge $l = 190 \text{ cm}$ ist an einem Ende fest eingespannt und wird am anderen Ende zu Schwingungen der Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ und der Amplitude $y_m = 0,65 \text{ mm}$ angeregt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen auf der Saite ist $c = 90 \text{ m/s}$.
Wie groß ist die Amplitude der Welle im Schwingungsbauch? (1,9 mm)
- Eine ebene Schallwelle in einem langen Metallstab wird bei $x = l$ an dem an Luft grenzenden Stabende reflektiert.
Wie lautet die Wellenfunktion $y_2(t, x)$ der reflektierten Welle und wie groß ist der Phasensprung?

7. Auf einer Wasseroberfläche wird in einem Punkt von einem periodisch mit der Frequenz $f = 6$ /s eintauchenden Stift eine Oberflächenwelle erregt.
- Wie groß ist ihre Wellenlänge λ , wenn sie sich mit der Geschwindigkeit $c = 24$ cm/s ausbreitet? (4 cm)
 - Die Amplitude der Welle beträgt in $x = 1$ cm Entfernung vom Erregerzentrum $y_0 = 4$ mm. Wie groß ist sie in der Entfernung $x = 25$ cm, wenn im Wasser keine Energieabsorption stattfindet? (0,8 mm)
 - Berechne die Elongation y und den Phasenwinkel φ zum Zeitpunkt $t = 1,6$ s nach dem Abgang der ersten Welle in einer Entfernung von $x = 25$ cm. (0,647 mm; 126°)
8. Ein an der Autobahn stehender Verkehrspolizist nimmt bei einem vorbeifahrenden Pkw eine Tonänderung von genau einer großen Terz ($f_2/f_1 = 4:5$) wahr. Auf welche Fahrtgeschwindigkeit kann er schließen? (136 km/h)
9. Ein Beobachter verfolgt den Flug eines Überschallflugzeuges. Er hört den Knall 25 s später als sich das Flugzeug genau über ihm befunden hat. Dabei sieht er das Flugzeug unter dem Winkel 35° über dem Horizont.
- Welche Geschwindigkeit hat das Flugzeug? (2.130 km/h)
 - In welcher Höhe fliegt es? (10.400 m)
10. Eine Schallwelle der Frequenz $f_1 = 677$ Hz breitet sich in Luft geradlinig gemäß $y_1 = y_m \cos 2\pi (f_1 \cdot t - x/\lambda_1)$ aus. In gleicher Ausbreitungsrichtung überlagert sich ihr eine zweite Schallwelle mit geringfügig höherer Frequenz $f_2 = f_1 + 6,8$ Hz, aber gleicher Amplitude: $y_2 = y_m \cos 2\pi (f_2 \cdot t - x/\lambda_2)$.
- Welche resultierende Wellenfunktion $y(t, x) = y_1 + y_2$ ergibt sich?
Hilfe: $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos (\alpha+\beta)/2 \cos (\alpha-\beta)/2$
 - Skizziere das Momentbild der resultierenden Welle zur Zeit $t = 0$ und berechne die in dieser Darstellung auftretenden charakteristischen Wellenlängen λ_a und λ_b (Amplitudenfunktion)
 - Was für einen Ton (Frequenz f) hört der Beobachter, der sich beispielsweise bei $x = 0$ befindet? (680 Hz)
 - Wie groß ist die Periodendauer T des An- und Abschwelldens (Schwebung)? (0,15 s)
11. Berechne die Schallgeschwindigkeit c in trockener Luft unter Normbedingungen (0°C ; 1013,25 hPa), entsprechend einer Luftdichte $\rho = 1,29$ kg/m³. (331,6 m/s)
Berechne die Schallgeschwindigkeit c in Luft im Sommer bei der Temperatur $+30^\circ\text{C}$ und im Winter bei -20°C (M (Luft) = 28,9 g/mol; $x = 1,4$)
(349,5 m/s; 319,1 m/s)
12. Die Meerestiefe h wird von einem Schiff aus mittels Echolot bestimmt. Wie tief ist das Meer, wenn das Echo nach $\Delta t = 2,89$ s empfangen wird? (Meereswasser $\rho = 1030$ kg/m³; Kompressionsmodul $K = 2,174 \cdot 10^9$ Pa) (2.100 m)
13. Ein langer Träger aus Stahl ($E = 206$ GPa; $\rho = 7,86$ g/cm³) wird von einem Trägerende aus mit Ultraschallimpulsen auf Materialfehler untersucht. Das Echo eines an einer Fehlerstelle reflektierten Impulses wird nach $\Delta t = 1,25$ ms empfangen.
Wie weit ist die Fehlerstelle vom Trägerende entfernt? (3,2 m)