

III. Dynamik starrer Körper

11/2000-koh

Drehmoment

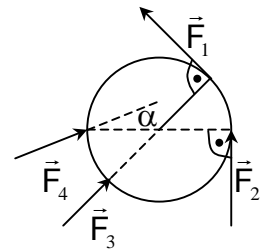
1. An einem starren Körper greift außerhalb des Drehpunktes eine Kraft F an, die bezüglich der x -, y - und z -Richtung des gewählten Koordinatensystems die Komponenten 2 N , -1 N und -1 N hat. Die Koordinaten des Drehpunktes sind $(0, 0, 0)\text{ m}$, die des Angriffspunktes der Kraft $(1, -1, 0)\text{ m}$.

- a) Wie groß ist das wirksame Drehmoment?
b) Welche Lage hat die Drehachse im Raum?

$(1,73\text{ Nm})$
 (Raumdiagonale)

2. Auf ein Rad mit dem Radius $r = 0,5\text{ m}$ wirken die eingezeichneten Kräfte: $F_1 = 5\text{ N}$, $F_2 = 8\text{ N}$, $F_3 = 7\text{ N}$, $F_4 = 6\text{ N}$ und $\alpha = 30^\circ$. Bestimme den Betrag und Drehsinn des resultierenden Drehmoments.

$(5,0\text{ Nm})$



3. Eine 4 m lange Leiter lehnt unter dem Winkel 60° an einer glatten Wand (reibungsfrei). Die Haftreibungszahl am Boden sei $\mu_H = 1/3$.

Wie weit darf der Mann (75 kg) hochsteigen, ohne dass die Leiter wegrutscht?

Was muss er tun, wenn er bis zum Ende der Leiter hochsteigen will? $(2,31\text{ m})$

4. Bei einem Pkw mit dem Radabstand $s = 2,50\text{ m}$ befindet sich der Massenmittelpunkt in der Mitte zwischen den beiden Achsen und in der Höhe $h = 0,50\text{ m}$ über der Straße. Die Haftreibungszahl der Reifen auf der Straße ist $0,70$.

Wie groß ist der Bremsweg dieses mit 54 km/h fahrenden Pkw's, wenn

- a) nur die Hinterräder $(37,5\text{ m})$
b) nur die Vorderräder $(28,1\text{ m})$
c) alle vier Räder voll gebremst werden? $(16,4\text{ m})$

Massenträgheitsmomente

5. Berechne das Massenträgheitsmoment eines dünnen homogenen Stabes von überall gleichem Querschnitt und der Länge $l = 2\text{ m}$ und Masse $m = 4,5\text{ kg}$, der sich

- a) um seinen Schwerpunkt (Stabmitte) $(1/12\text{ ml}^2)$
b) um seinen Endpunkt dreht. (6 kgm^2)

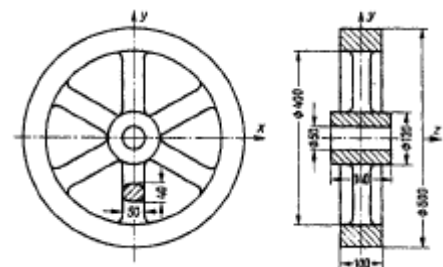
6. Bestimme die Trägheitsmomente J_x , J_y , J_z eines homogenen Vollzylinders mit Radius r , Länge l und Masse m bezüglich der drei Hauptdrehachsen.

$(m(r^2/4 + l^2/12); \frac{1}{2} mr^2)$

7. Bestimme das Massenträgheitsmoment des gusseisernen Speichenrades ($\rho = 7,2\text{ kg/dm}^3$) für die Drehachse z .

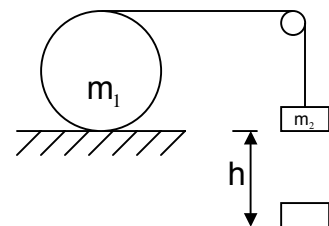
Welches Drehmoment ist erforderlich, um das Speichenrad beim Anfahren mit konstanter Winkelbeschleunigung nach 15 Umdrehungen auf die Drehzahl $n = 900 / \text{min}$ zu bringen?

$(2,81\text{ kg m}^2; 13,5\text{ Nm})$



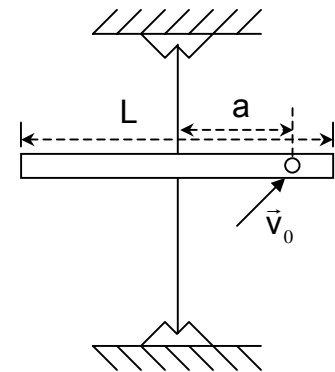
Rotationsbewegung, Drehimpuls

8. Ein Rohr vernachlässigbar geringer Wandstärke und ein Vollzylinder rollen reibungsfrei eine schiefe Ebene der Höhe h hinab. Das Rohr und der Vollzylinder haben gleiche äußere Abmessungen und gleiche Massen. Ferner gleitet ein Klotz gleicher Masse reibungsfrei dieselbe schiefe Ebene hinab. Alle drei Körper starten aus der Ruhelage.
- a) Welcher Körper kommt als erster am unteren Ende der schiefen Ebene an?
Welche Geschwindigkeiten erreichen sie? (\sqrt{gh}); $\sqrt{4/3 gh}$; $\sqrt{2 gh}$
- b) Wie groß sind ihre Linearbeschleunigungen? ($1/2 g \sin \alpha$; $2/3 g \sin \alpha$; $g \sin \alpha$)
9. An einem anfangs ruhenden Rad wirkt tangential am Umfang für $t = 1$ s lang die Kraft $F = 2$ N. Die Radmasse $m = 3$ kg ist im wesentlichen im Abstand $l = 1$ m von der Drehachse ringförmig verteilt.
- Welche Winkelgeschwindigkeit ω erreicht das Rad? ($2/3 \text{ s}^{-1}$)
10. Ein Schwungrad dreht mit der Drehzahl $n = 60$ U/min. Seine Masse $m = 1,0$ t befindet sich im wesentlichen auf dem Radkranz $r = 1,00$ m.
- a) Welches konstante Bremsmoment M muss aufgebracht werden, um das Schwungrad bis zur Zeit $t = 60$ s zum Stillstand zu bringen? (-105 Nm)
- b) Wie viel Umdrehungen macht das Rad während des Bremsvorganges? (30)
11. Ein Schwungrad hat die Masse $m = 5.000$ kg, den Trägheitsradius $r = 1,2$ m und wird von einem Antriebsmoment $M_A = 3.000$ Nm angetrieben. In seinem Lager entsteht ein Reibungsmoment von $M_R = 40$ Nm.
- a) Wie lange dauert es, bis es aus der Ruhe auf die Betriebsdrehzahl $n = 240 \text{ min}^{-1}$ beschleunigt ist? (61 s)
- b) Welche Leistung ist zum Betrieb bei dieser gleichbleibenden Drehzahl erforderlich? (1 kW)
- c) Wie groß ist die Rotationsenergie? (0,63 kWh)
- d) Wie lange dauert der Auslauf nach dem Abschalten des Antriebs? (75,4 min)
12. Ein Schleifstein ($d_1 = 60$ cm; $b = 15$ cm, $\rho = 2,4 \text{ kg/dm}^3$) ist mit einer Achse von $d_2 = 18$ mm Durchmesser gelagert. Er wird an einer Kurbel ($r = 24$ cm) gleichmäßig mit einer Kraft $F = 20$ N gedreht. Im Lager wirkt eine Reibungskraft $\mu = 0,16$.
- Wie lange dauert es, bis er eine Drehzahl von $n = 90 \text{ min}^{-1}$ hat? (12,8 s)
13. Ein Ökobus ($m_1 = 5$ t) soll mittels einer als Energiequelle dienenden, rotierenden massiven Schwungscheibe ($d = 1,2$ m) angetrieben werden und dadurch in der Lage sein, auf horizontaler Strecke 2 km weit zu rollen (Fahrtwiderstand $\mu = 0,05$)
- Welche Masse m_2 muss die Scheibe haben, wenn eine anfängliche Drehzahl von $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ angenommen wird? (552 kg)
14. Eine Walze der Masse $m_1 = 40$ kg wird von der Gewichtskraft einer zweiten Masse $m_2 = 10$ kg, die über eine Faden und eine Rolle am Umfang der Walze angreift, in Bewegung gesetzt. ($g = 10 \text{ m/s}^2$; Masse von Rolle und Faden sind zu vernachlässigen) – siehe Skizze.
- Welche Geschwindigkeiten erreichen die Massen, wenn m_2 um die Strecke $h = 2$ m herabsinkt? (2 m/s; 4 m/s)



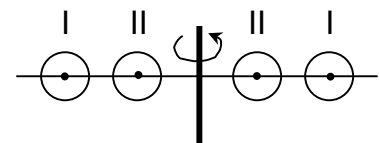
15. Von einer Trommel vom Radius $r = 20 \text{ cm}$ und dem Trägheitsmoment $J = 1,472 \text{ kgm}^2$ wickelt sich ein Seil ab, an dem eine Masse von $m = 15 \text{ kg}$ hängt. Mit welcher Beschleunigung a sinkt die Last nach unten und mit welcher Kraft F ist das Seil gespannt? (2,8 m/s²; 104,6 N)
16. Auf einer Achse sitzen zwei unabhängig voneinander drehbare Räder, die mit einer Kupplung verbunden werden können. Das erste Rad, das zusammen mit der ersten Kupplungsscheibe das Trägheitsmoment $J_1 = 1,2 \text{ kgm}^2$ hat, läuft mit einer Drehzahl $n_1 = 1200 \text{ min}^{-1}$. Das zweite Rad, das zusammen mit der zweiten Kupplungsscheibe das Trägheitsmoment $J_2 = 1,8 \text{ kgm}^2$ hat, ruht. Die Kupplung überträgt ein gleichbleibendes Moment von $M = 12 \text{ Nm}$.
- Welche Drehzahl stellt sich nach dem Kupplungsvorgang ein? (480 min⁻¹)
 - Wie lange dauert der Kupplungsvorgang? (7,5 s)
 - Welcher Bruchteil der Rotationsenergie wird an den Kupplungsscheiben in thermische Energie umgewandelt? (60 %)
17. Ein Elektromotor mit konstantem Drehmoment bringt eine Schwungscheibe ($J = 1000 \text{ kgm}^2$) in 20 s aus der Ruhe auf die Drehzahl $n = 2400 \text{ min}^{-1}$.
- Welche Leistung muss der Motor haben? (3.158 kW)
 - Danach wird die Schwungscheibe mit einem anfangs ruhenden Getriebe ($J = 200 \text{ kgm}^2$) gekuppelt. Hierbei ist das Antriebsmoment abgekuppelt. Welche Drehzahl stellt sich nach dem Kupplungsvorgang ein? (2000 min⁻¹)
18. In einem Fahrzeug liegt in Längsrichtung ein Motor mit dem Massenträgheitsmoment $J = 0,5 \text{ kgm}^2$. Das Fahrzeug durchfährt mit einer Geschwindigkeit von $v = 72 \text{ km/h}$ eine Kurve mit $r = 200 \text{ m}$ Krümmungsradius. Welches Drehmoment M wirkt auf seine Lager, wenn der Motor mit einer Drehzahl von $n = 6000 \text{ /min}$ dreht? (31,4 Nm)

19. Eine homogene dünne Stange der Länge $l = 1 \text{ m}$ und der Masse $M = 2 \text{ kg}$ ist um eine vertikale, zur Stange senkrechte Mittelpunktschwerachse drehbar gelagert. Die Stange wird im Abstand $a = 40 \text{ cm}$ von der Achse von einer Gewehr- kugel der Masse $m = 2,5 \text{ g}$ und der Geschwindigkeit $v_0 = 350 \text{ m/s}$ getroffen. v_0 steht senkrecht auf der Drehachse und der Stange.



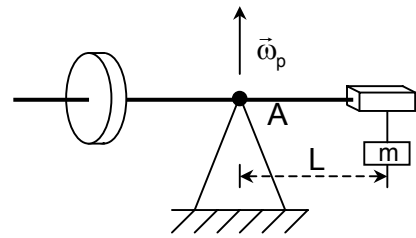
- Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω der Stange, wenn die Kugel in der Stange stecken bleibt? (2,1 /s)
- Welcher Bruchteil der kinetischen Energie der Gewehr- kugel vor dem Einschlag wird bei diesem Vorgang in Wärme umgewandelt? (99,6%)

20. Eine frei rotierende Hantel hat eine kinetische Anfangs- energie E_x . Durch symmetrisches Heranziehen beider Körper an die Drehachse wird der anfängliche Abstand (I) gerade halbiert (II).



- Wie groß ist das Verhältnis der Energien in beiden Zuständen E_{II} / E_I ? (4)

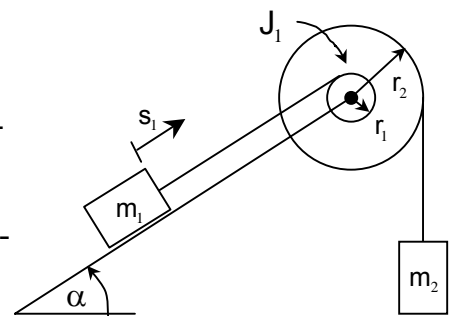
21. Ein Kreisler ist bezüglich des Drehpunktes A im Gleichgewicht mit dem Gegengewicht. Der Kreisler hat die Drehfrequenz $f = 200 \text{ s}^{-1}$. Wird ein Zusatzgewicht der Masse $m = 50 \text{ g}$ in der Entfernung $l = 0,2 \text{ m}$ vom Drehpunkt A angehängt, so stellt sich eine Präzisionsfrequenz $f_p = 0,1 \text{ s}^{-1}$ ein. ω_p ist nach oben gerichtet.



- a) Welche Richtung hat der Drehimpulsvektor des Kreislers?
 b) Wie groß ist das Trägheitsmoment J_s des Kreislers?

$(1,24 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2)$

22. An einer Seiltrommel ($J = 250 \text{ kgm}^2$; $r_1 = 0,5 \text{ m}$; $r_2 = 1,5 \text{ m}$; $\alpha = 30 \text{ Grd}$) sind die Massen $m_1 = 1000 \text{ kg}$ und $m_2 = 100 \text{ kg}$ befestigt. Die Seiltrommel wird rechtsdrehend mit der Drehzahl $n_0 = 60/\text{min}$ angetrieben. Zur Zeit t_0 wird der Antrieb abgeschaltet. Infolge der Trägheit bewegt sich das System weiter, bis die Masse m_1 nach einem Weg s_1 ihre höchste Lage erreicht und sich dann in umgekehrter Richtung bewegt. Die Reibung in den Lagerzapfen sei vernachlässigt, der Reibungskoeffizient zwischen der Masse m_1 und der schiefen Ebene beträgt $\mu = 0,1$.



Bestimme für die beiden Bewegungsabschnitte

- a) den Weg s_1 $(5,09 \text{ m})$
 b) die Beschleunigung a_1 $(-0,97 \text{ m/s}^2)$
 c) die Seilkraft an der Masse m_1 bei der Aufwärtsbewegung (4.785 N)
 d) die Drehzahl der Trommel, wenn das System die Ausgangslage in umgekehrter Richtung passiert. $(37,3 / \text{min})$
 e) die Beschleunigung und die Seilkraft bei der Abwärtsbewegung. $(-0,38 \text{ m/s}^2; 3.669 \text{ N})$